## **基础课38 空间直线、平面的平行**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **考点考向** | **课标要求** | **真题印证** | **考频热度** | **核心素养** |
| 直线与平面平行的判定与性质 | 掌握 | 2023年新高考Ⅰ卷  2023年全国乙卷（理）  2023年全国乙卷（文）  2023年天津卷 | ★★★ | 直观想象  逻辑推理 |
| 平面与平面平行的判定与性质 | 掌握 | 2022年全国乙卷（理） | ★★★ | 直观想象  逻辑推理 |
| 命题分析预测 | 从近几年高考的情况来看，以柱体、锥体为背景的线面平行是高考常考内容，一般以解答题的形式出现，试题较为简单.预计2025年高考命题情况变化不大，但要特别注意应用判定定理和性质定理时条件的完整，这是解题基本规范和要求 | | | |

### **基础知识·诊断**

#### **夯实基础**

##### **一、直线与平面平行的定义**

若直线与平面 没有公共点，则称直线与平面 平行，可用数学符号描述为：若 ,则 .

##### **二、直线与平面平行的判定定理和性质定理**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 判定定理 | 性质定理 |
| 文字语言 | 如果①平面外一条直线与此②平面内的一条直线平行，那么该直线与此平面③平行 | 一条直线与一个平面④平行，如果过该直线的平面与此平面⑤相交，那么该直线与⑥交线平行 |
| 符号语言 |  |  |
| 图形语言 |  |  |

##### **三、平面与平面平行的定义**

没有公共点的两个平面叫作平行平面，可用数学符号描述为：若 ,则 .

##### **四、平面与平面平行的判定定理和性质定理**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 判定定理 | 性质定理 |
| 文字语言 | 如果一个平面内的两条⑦相交直线与另一个平面分别平行，那么这两个平面平行 | 两个平面平行，如果另一个平面与这两个平面相交，那么两条交线⑧平行 |
| 符号语言 | ，，⑨，， | ，，⑩ |
| 图形语言 |  |  |

###### **知识 拓展**

1.平行关系中的四个重要结论

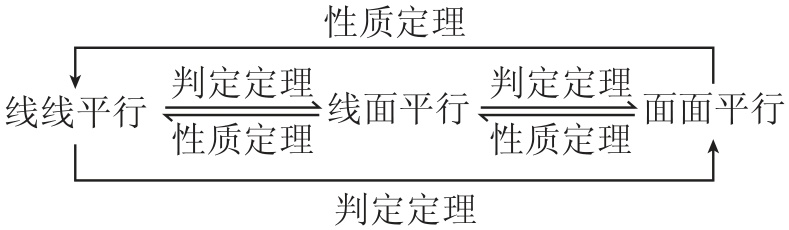
（1）若 ， ，则 .

（2）若 ， ，则 .

（3）若 ， ，则.

（4）若 ， ,则 .

2.三种平行关系的转化



#### **诊断自测**

##### **题组1 走出误区**

1. 判一判.（对的打“√”，错的打“×”）

（1） 若直线平面 ，直线直线，则直线平面 .( × )

（2） 若直线平面 ，则直线与平面 内任意一条直线都无公共点.( √ )

（3） 若 ，则平面 内有无数条互相平行的直线平行于平面 .( √ )

（4） 如果两个平面平行，那么其中一个平面内的直线与另一个平面内的直线异面.( × )

2. （易错题）已知 ， 是空间中不重合的两个平面，，，是空间中不同的三条直线，，是空间中不同的两点，则下列结论正确的是( D ).

A. ， B. ， ，，

C. ， D. ， ，

【**易错点**】本题容易混淆空间中的线面位置关系.

[解析]由直线与平面平行的判定定理知错误（需要加条件）；由平面与平面平行的判定定理知错误（需加条件两直线相交）；直线与平面平行不具备传递性，错误,可能平行、异面或相交；由平面基本事实知正确.故选.

##### **题组2 走进教材**

3. （多选题）（人教A版必修②P142·T2改编）平面 与平面 平行的充分条件可以是( CD ).

A. 内有2025条直线都与 平行

B. 直线 ， ，且直线不在 内，也不在 内

C. 异面直线，， ， ，且 ，

D. 内的任何一条直线都与 平行

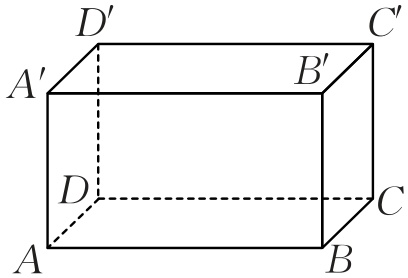
[解析]对于， 内有2025条直线都与 平行，并不能保证平面 内有两条相交直线与平面 平行，这2025条直线可以是一组平行线，故错误；

对于，直线 ， ，且直线不在 内，也不在 内，直线可以是平行于平面 与平面 的交线的直线，也不能保证平面 与平面 平行，故错误；

对于，异面直线，，直线 ， ，且 ， ，能保证平面 与平面 平行，故正确；

对于， 内的任何一条直线都与 平行，则 内至少有两条相交直线与平面 平行，故平面 与平面 平行，故正确.故选.

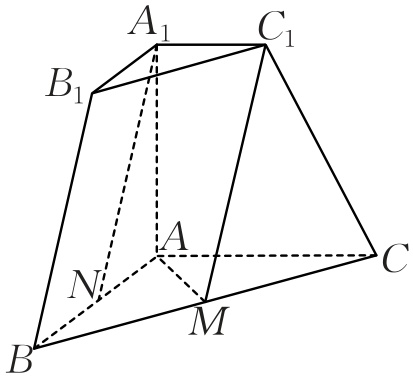
4. （多选题）（人教A版必修②P143·T4改编）如图，在长方体的六个面所在的平面中，与平行的平面是( AB ).



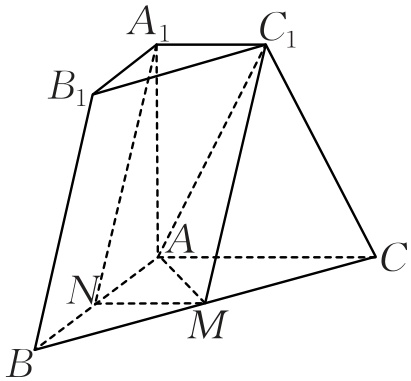
A. 平面 B. 平面 C. 平面 D. 平面

[解析]由于， 平面， 平面，所以平面.同理，平面， 平面， 平面.故选.

5. [2023·天津卷改编]如图，在三棱台中，若,,,分别是,的中点,则与平面的位置关系是平行.（填“平行”或“相交”）



[解析]如图，连接,.由,分别是,的中点，根据中位线性质，得，且，



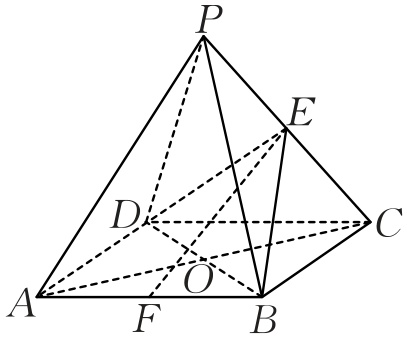
由棱台性质得，，则，由可知，四边形是平行四边形，则，又 平面， 平面，所以平面.

### **考点聚焦·突破**

#### **考点一 直线与平面平行的判定与性质［多维探究］**

##### **直线与平面平行的判定角度1**

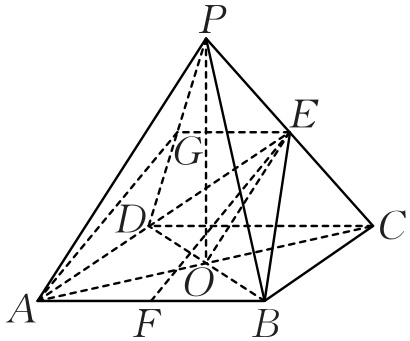
典例1 [2024·海南模拟]如图，在四棱锥中，底面是边长为1的正方形，是正方形的中心，，分别是,的中点.求证：



（1）（中位线定理）平面；

（2）（构造平行四边形）平面.

[解析]（1）如图，连接，因为,分别是，的中点，所以，

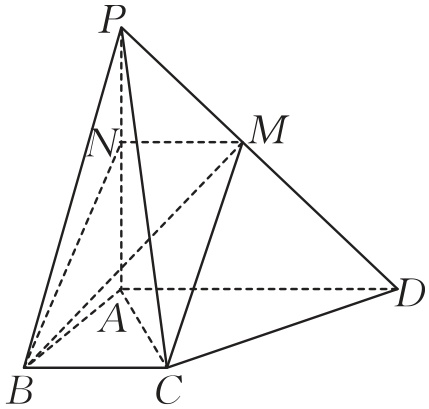


又 平面， 平面，所以平面.

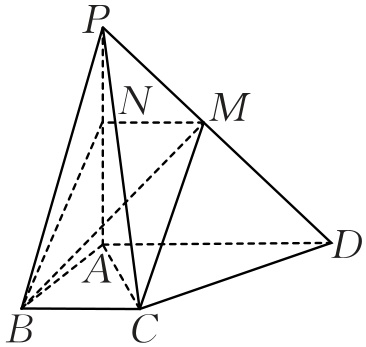
（2）如图，取的中点,连接,,则由中位线定理可知,且,即,且,所以四边形为平行四边形.又 平面, 平面,所以平面.

##### **直线与平面平行的性质角度2**

典例2 如图所示，四棱锥的底面是直角梯形，,，, 底面，过的平面交于点与不重合，交于点.求证：.



[解析]如图，在梯形中，， 平面， 平面，所以平面，



又 平面，平面 平面，所以.



1.判断或证明线面平行的常用方法

（1）利用线面平行的定义（无公共点）.

（2）利用线面平行的判定定理.

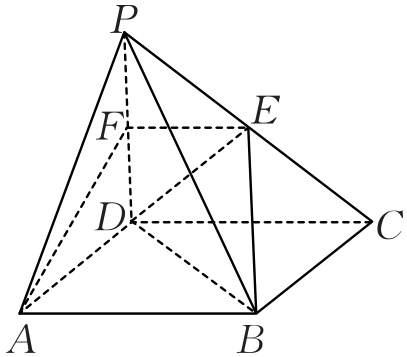
（3）利用面面平行的性质.

（4）利用面面平行的性质.

2.应用线面平行的性质定理的关键是确定交线的位置，有时需要经过已知直线作辅助平面确定交线.

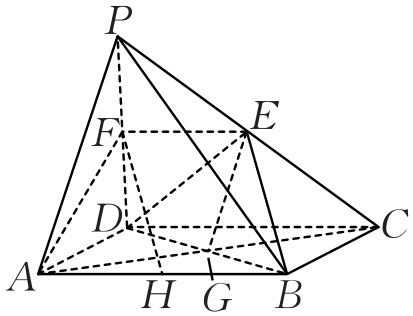
##### **多维训练**

（一题练透）如图，在四棱锥中，底面为平行四边形，为棱的中点，平面与棱交于点.



（1） 求证：平面.

[解析]连接交于点，连接，如图所示，



由底面为平行四边形，则为的中点，又为棱的中点，所以为的中位线，则，

又 平面， 平面，故平面.

（2） 求证：为的中点.

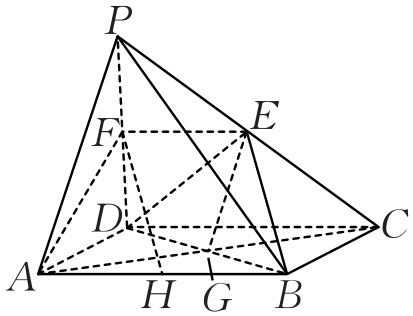
[解析]由题设知，， 平面， 平面，所以平面，又 平面，平面 平面，

所以，又为棱的中点，所以是的中位线，所以为的中点.

（3） 在棱上是否存在点，使得平面？若存在，求出的值；若不存在，请说明理由.

[解析]存在使得平面且，理由如下：

取的中点，连接，如图，



由题设得，且，由（2）知且，

所以且，即四边形为平行四边形，

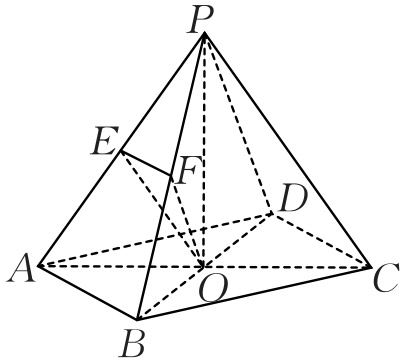
所以，而 平面， 平面，

所以平面，故所求点即为点，

所以棱上存在点,使得平面，且.

#### **考点二 平面与平面平行的判定与性质［师生共研］**

典例3 如图，在四棱锥中，底面是菱形，与交于点，，分别是棱，的中点，连接，，.



（1）求证：平面平面.

（2）若平面 平面,求证：.

[解析]（1）因为，分别是棱,的中点，

所以，因为四边形为菱形，，所以，

又 平面， 平面，所以平面，

又是的中点，所以， 平面， 平面，所以平面，

因为， 平面, 平面，所以平面平面.

（2）由（1）可知平面平面,又平面 平面,平面 平面,

所以,又因为四边形为菱形，所以,故.



**证明面面平行的常用方法**

1.面面平行的定义．

2.面面平行的判定定理：如果一个平面内有两条相交直线都平行于另一个平面，那么这两个平面平行．

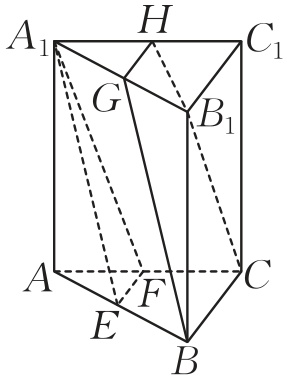
3.利用垂直于同一条直线的两个平面平行．

4.如果两个平面同时平行于第三个平面，那么这两个平面平行．

5.利用“线线平行”“线面平行”“面面平行”的相互转化进行证明．

##### **针对训练**

如图，在三棱柱中，过的平面与上底面交于不与重合.



（1） 求证：.

[解析]因为在三棱柱中，平面平面，

又平面 平面,且平面 平面，所以.

（2） 若,,分别为,,的中点,求证:平面平面.

[解析]因为，分别为，的中点，所以,

又因为 平面, 平面,

所以平面.

又，分别为,的中点，,,

所以,则四边形为平行四边形，所以,

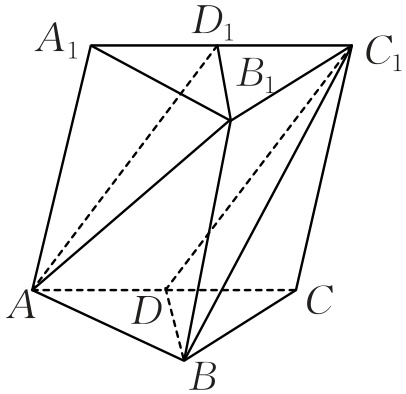
因为 平面, 平面,所以平面.

又因为, 平面, 平面,

所以平面平面.

#### **考点三 平行关系的综合应用［师生共研］**

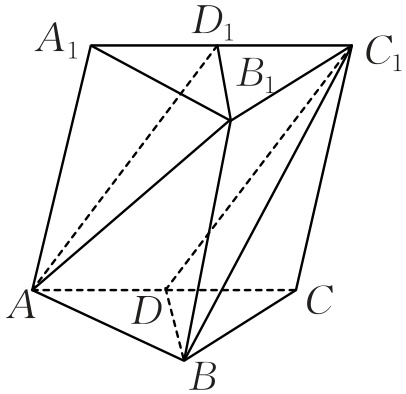
典例4 如图，在斜三棱柱中，,分别为,上的点.



（1）当为何值时，平面?

（2）若平面平面,求的值.

[解析]（1）如图所示，取为线段的中点，此时，连接交于点，连接.



由棱柱的性质，知四边形为平行四边形，所以为的中点.

在中，,分别为,的中点，所以.

又因为 平面, 平面,所以平面.故当时，平面.

（2）由已知得，平面平面，且平面 平面,平面 平面,

因此，同理，，所以,.又因为，所以，即.

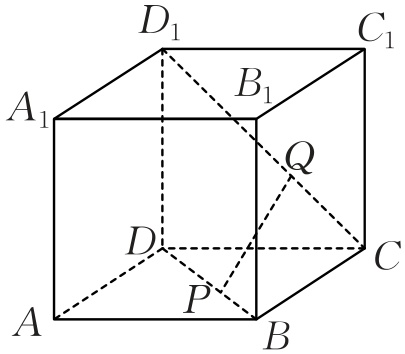


**平行关系综合应用的策略**

在立体几何中常见的平行关系有线线平行、线面平行和面面平行，这三种平行关系不是孤立的，而是相互联系的，并且可以相互转化.要解决平行关系的综合问题，必须灵活转化三种平行关系.

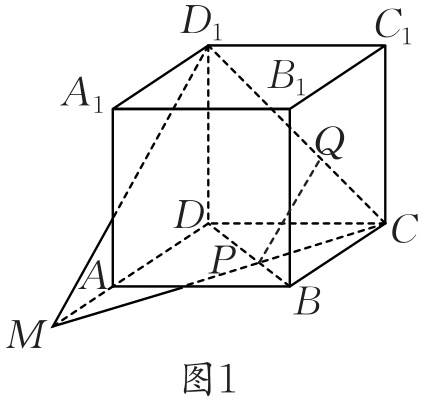
##### **针对训练**

如图，在正方体中，，分别为对角线，上的点，且.



（1） 求证：平面.

[解析]如图1，连接并延长与的延长线交于点，连接，



因为四边形为正方形，所以，所以，

所以，

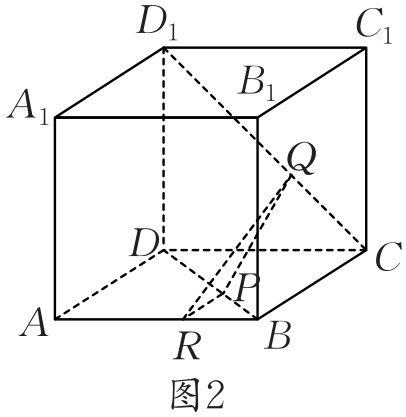
又因为，所以，所以.

又 平面， 平面，

所以平面.

（2） 若是上的点，当为何值时，能使平面平面？请说明理由.

[解析]当的值为时，平面平面，如图2所示.



理由如下：因为，所以，所以.所以.

又 平面， 平面，所以平面，

又，平面，所以平面平面.